Valószínűségszámítás
X.labor
Statisztikai hipotézisek ellenőrzése

Adott valószínűséggel lehetőséget kínálnak a hipotézis elfogadására vagy elvetésére. Legyen H_0 a nullhipotézis.

Z teszt lépései a várható értékre, ha σ ismeretlen:

a) adott $\alpha, x_1, x_2, ..., x_n, m_0$

b) kiszámítjuk a $]z_1, z_2[$-t, amelyre $\Phi(z_2) - \Phi(z_1) = 1 - \alpha$

c) ha

$$z = \frac{\overline{x} - m_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \in]z_1, z_2[$$

akkor a H_0 hipotézist elfogadjuk, kül. elutasítjuk.

Két várható értékösszehasonlításakor ha $\sigma_1' \neq \sigma_2'$ ismeretlen, akkor

$$Z = \frac{(\overline{X}' - \overline{X}'') - (m' - m'')}{\sqrt{\frac{\sigma'^2}{n'} + \frac{\sigma''^2}{n''}}}$$

statisztikát használjuk.

Megjegyzés:

a Z teszt alhalmazható nem feltétlenül normális eloszlsú eloszlás elsetén, ha a minta mérete elég nagy ($n > 30$).

T teszt lépései a várható értékre:

a) adott $\alpha, x_1, x_2, ..., x_n, m = m_0$

b) kiszámítjuk a $]t_1, t_2[$-t, amelyre $F_{n-1}(t_2) - F_{n-1}(t_1) = 1 - \alpha$, ahol

$$f_m = \frac{\Gamma(\frac{m+1}{2})}{\sqrt{m\pi}\Gamma(\frac{m}{2})}(1 + \frac{x^2}{m})^{-\frac{m+1}{2}}$$

c) ha

$$t = \frac{\overline{x} - m_0}{\frac{\overline{\sigma}}{\sqrt{n}}} \in]t_1, t_2[$$

akkor a H_0 hipotézist elfogadjuk, kül. elutasítjuk.

Két várható értékösszehasonlításakor a

$$T = \frac{(\overline{X}' - \overline{X}'') - (m' - m'')}{\sqrt{\frac{\sigma'^2}{n'} + \frac{\sigma''^2}{n''}}}$$

statisztikát használjuk.

Feladatok

1. Írjon eljárást a

a) várható értékre vonatkozó Z és T tesztre

b) két várható értékösszehasonlítására vonatkozó Z és T tesztre

2. Generáljon n $N(5,2)$ normális eloszlású véletlenszámot, majd a 2.a) algoritmussal ellenőrizze a $H_0 : m = 5$ hipotézist adott $\alpha = 0.05$ szignifikanciaszint esetén!

3. Generáljon n darab [0,1]-n egyenletes eloszlású véletlenszámot, majd a 1.a) algoritmussal ellenőrizze a $H_0 : m = 0.5$ hipotézist adott $\alpha = 0.05$ szignifikanciaszint esetén!

4. Generáljon n' darab $N(m', \sigma')$ normális eloszlású és n" darab $N(m'', \sigma'')$ normális eloszlású véletlenszámot, majd a 2.b) algoritmussal hasonlítsa össze a két várható értéket!

5. Az alábbi minta 5 egyforma képességűnek feltételezett sportoló súlylökésben elért eredményeit tartalmazza. Feltételezzük, hogy az adatok normális eloszlásból származnak. Az első dobás előtt az edző átlagosan 17 métert jósolt, ezt a klub igazgatója kétségbe vonta. Úgy döntött, hogy csak akkor hosszabítja meg az edző szerződését, ha a H_0 : m=17 hipotézis 0.05 szignifikanciaszint mellett elfogadható, a $\mathrm{H}_1 : m < 17$ alternatívával szemben.

a) Hogyan döntött az igazgató, ha tapasztalatok alapján a dobások szórása 2 ?

b) Milyen lett volna a döntés, ha nem tekinti a szórást ismertnek?

c) Az igazgató még egy esélyt adott az edzőnek: még egyszer dobhattak. Segített-e az újabb kisérlet?

első	14,8	12,2	16,8	17,1	16,1
második	18	12,1	17,2	17,7	17